

SPISAK ISPITNIH ZADATAKA IZ IZBORNOG PREDMETA

Područje rada: MAŠINSTVO I OBRADA METALA, ELEKTROTEHNIKA I GEODEZIJA

Izborni predmet: MATEMATIKA

1. Mlin sa 4 kamena samelje za 10 dana 2000 kg pšenice. Za koliko dana se samelje 900 kg pšenice ako su u pogonu samo 3 kamena?
2. Tri učenika su učestvovala na takmičenju iz matematike i postigli su sledeće rezultate: Jovan sa 85 poena osvojio je peto mesto, Marija sa 81 poenom šesto mesto i Petar sa 77 poena sedmo mesto. Za postignute rezultate učenici su nagrađeni sa ukupnom sumom od 6640 dinara. Sa kolikim iznosom su pojedinačno nagrađeni učenici, ako je raspodela izvršena u direktnoj srazmeri sa brojem osvojenih poena i obrnutoj srazmeri sa osvojenim mestima?
3. Posuda sa vodom ima masu od 2 kg. Ako se iz posude izlije 20% vode ukupna masa se smanjuje na 88%. Kolika je masa posude i prvobitne količine vode?
4. Dat je proizvoljan četvorougao ABCD. Neka su E središte duži AB, F središte duži CD, G središte duži EF. Dokaži da je: $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \vec{0}$!
5. Osnovici jednakokrakog trougla ΔABC odgovara visina $h_c=80$, a visina koja odgovara kraku je $h_a=96$. Izračunaj stranice trougla ΔABC .
6. Dužine strana trougla su 13, 14 i 15 jedinica. Izračunaj visinu koja pripada strani dužine 14.
7. Izvrši naznačenu operaciju: $(x^5 - 3x^3 + 5x - 3) : (x^2 - x + 1) = ?$
8. Rastavi na proste činioce polinom: $8x^2y + 2bx - 8xy^2 - 2by$.
9. Uprosti algebarski izraz: $\frac{x^2 + y^2 - z^2 + 2xy}{x^2 + z^2 - y^2 + 2xz}$.
10. Uprosti izraz: $\frac{x^2 + 4xy + 4y^2}{xy + 2y^2} \cdot \frac{x^2 - 2xy}{x^2 - 4y^2} =$
11. Uprosti izraz: $\frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{x}{ab}\right)(a + b + x)}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} - \frac{x^2}{a^2b^2}} =$
12. Uprosti izraz: $\left(\frac{a+3b}{a-3b} + \frac{3a+b}{3a-b}\right) \cdot \left(3 + \frac{2b}{a-b}\right) \cdot \left(1 - \frac{4b}{a+b}\right) =$
13. Uprosti izraz: $\left(\frac{2a}{x^2 - 4x + 4} + \frac{4a}{x^2 - 4} + \frac{a}{x + 2}\right) : \frac{x}{(x-2)^2} =$
14. Uprosti izraz: $\frac{x+1}{x^2 - x + 1} : \left(\frac{1}{x+1} + \frac{3x}{x^3 + 1}\right)$

15. Reši jednačinu: $\frac{x^2}{x^2-4} - \frac{2x+3}{x+2} - \frac{x}{2-x} = 0$
16. Reši jednačinu: $\frac{2x+3}{2x^2-7x-4} - \frac{1-x}{2x^2+x} = \frac{3}{2x-8}$
17. Reši jednačinu po x -u: $m(mx-1) = 2(2x-1)$
18. Jedan bazen se može napuniti kroz dve slavine. Ako su obe slavine istovremeno otvorene bazen se napuni za vreme 8 sati. Prilikom jednog punjenja tokom 2 sata obe slavine su bile otvorene, i tada je jedna slavinna zatvorena i kroz drugu slavinu bazen je napunjen u toku 48 sati. Za koje se vreme može napuniti bazen posebno kroz prvu i posebno kroz drugu slavinu?
19. Reši sistem jednačina: $\frac{14}{x+2y} + \frac{5}{2x+y} = 3, \quad \frac{2}{x+2y} + \frac{3}{2x+y} = \frac{31}{35}$
20. Reši sistem jednačina: $2x+3y+4z=-1$
 $-3x+y+3z=-8$
 $x-2y-2z=9.$
21. Reši nejednačinu: $\frac{1-x}{2x+3} > 1$
22. Uprosti izraz: $\sqrt[8]{\frac{x^5 y^3}{z}} \cdot \sqrt{\frac{x y^{-5}}{z^{-3}}} : \sqrt[3]{\frac{x^4 y^{-2}}{z^9}}$
23. Dokaži jednakost: $\left(\frac{1}{2+\sqrt{3}}+1\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2-\sqrt{3}}+1\right)^{-1} = 1$
24. Dat je kompleksan broj $z = \frac{2+i}{(3-i)^2}$. Odredi njegov realni i imaginarni deo i modul.
25. Dat je kompleksan broj $z_1 = 4-i$. Odredi kompleksan broj $z = x+yi$ tako da je $\operatorname{Re}\{z \cdot z_1\} = 6$ a $\operatorname{Im}\left\{\frac{\bar{z}}{z_1}\right\} = -\frac{7}{17}$.
26. Reši jednačinu: $\frac{6}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} = 2 - \frac{x+4}{x+1}$
27. Odredi parametar m jednačine, tako da rešenja budu realna i različita:
 $(m-2)x^2 - (m+1)x + m+1 = 0$
28. Odredi parametar a jednačine, tako da rešenja zadovoljavaju uslov $2x_1 - x_2 = 3$.
 $(a+3)x^2 - 3ax + 2a = 0$
29. Data je jednačina $2x^2 - 3x + 5 = 0$. Ne rešavajući ovu jednačinu, formirati kvadratnu jednačinu $Ay^2 + By + C = 0$, čija su rešenja y_1 i y_2 povezana sa rešenjima x_1 i x_2 date jednačine pomoću:
 $y_1 = x_1^2 + x_2^2, \quad y_2 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}.$
30. Izračunaj realna rešenja jednačine: $\frac{4}{(x-5)^2} - (x-5)^2 = 3$
31. Odredi sva rešenja (realna i kompleksna) jednačine: $x^3 + 64 = 0$
32. Odredi realna rešenja jednačine: $\sqrt{2x^2 - x - 5} = 1 - x.$
33. Odredi realna rešenja jednačine: $\sqrt{x-4} + \sqrt{x+4} - 2\sqrt{x-1} = 0.$

34. Skrati razlomak: $\frac{-x^2 - 4x + 21}{3x^2 + 20x - 7} = ?$
35. Kvadratnu funkciju dovedi na kanonski oblik i napiši diskusiju: $y = -2x^2 + 3x + 5$.
36. Reši kvadratnu nejednačinu: $(x - 2)^2 - (2x^2 - 7) > 3 - 6x$.
37. Reši sistem jednačina: $x^2 + y^2 - 13x - y + 30 = 0$
 $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$
38. Ispitaj i napiši diskusiju eksponencijalne funkcije: $y = 2^{x-3} - 4$.
39. Reši eksponencijalnu jednačinu: $5^x - 5^{3-x} = 20$
40. Reši eksponencijalnu jednačinu: $2 \cdot 7^x + 5 \cdot 3^x = 3^x + 6 \cdot 7^x$
41. Reši eksponencijalnu nejednačinu: $125^x > 0,0016$.
42. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije: $y = -2 + 2 \cdot \log_2 x$
43. Logaritmuji izraz: $x = \frac{\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{b^2}}}{a^3 \cdot \sqrt[5]{c}}$
44. Reši jednačinu: $\log_2(5 \cdot 2^x - 3) = 2x + 1$
45. Reši jednačinu: $\log(3 - x) + \log(6 - x) = 1$
46. Reši jednačinu: $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$
47. Reši jednačinu: $\log_3(x + 1) + \log_9 x^2 = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$
48. Reši jednačinu: $\log_5^2 x - 2 \log_5 x - 3 = 0$
49. Reši jednačinu: $\log_2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) = \left(\frac{1}{4} \right)^{\frac{1}{2}} + \log_2 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x} + 2} \right)$.
50. Izračunaj ostale vrednosti trigonometrijskih funkcija, ako je: $\sin \alpha = -\frac{1}{3}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$
51. Izračunaj ostale vrednosti trigonometrijskih funkcija, ako je: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$
52. Dokaži da je: $\frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - 2 \sin \alpha \cdot \sin \beta} = \operatorname{tg}(\alpha + \beta)$
53. Dokaži da je: $\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha} = \cos 2\alpha$
54. Dokaži da je: $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = 2 \sin \alpha$
55. Dokaži da je: $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 - 2 \cos(\alpha - \beta)$
56. Nacrtaj grafik funkcije i napiši diskusiju: $y = 3 \cdot \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$
57. Transformiraj u proizvod: $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x$
58. Reši jednačinu: $2 \sin^2 x + \sin 2x = 0$
59. Reši jednačinu: $4 \cos^2 x + \sin^2 2x = 3$
60. Reši jednačinu: $\cos x - \cos 2x = 1$

61. Izračunaj ostale stranice i uglove trougla, ako je poluprečnik opisanog kruga $R=3$, dužina jedne strane $c=5$ i ugao $\alpha=42^\circ 40'$.
62. Izračunaj dužine težišnih linija trougla, ako su stranice dužine $a=4$, $b=5$, $c=6$.
63. Izračunaj korene kompleksnog broja: $\sqrt[3]{-2+2i}$
64. Izračunaj skalarni proizvod vektora: $\vec{m} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$; $\vec{n} = \vec{p} + 2\vec{q}$, ako je $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 4$, $\vec{p} \perp \vec{q}$.
65. Izračunaj veličinu ugla između vektora: $\vec{a} = (-2, 2, 1)$; $\vec{b} = (-6, 3, 6)$.
66. Izračunaj intenzitet vektorskog proizvoda: $\vec{m} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$; $\vec{n} = \vec{p} + 2\vec{q}$, ako je $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 4$, $\vec{p} \perp \vec{q}$.
67. Izračunaj površinu paralelograma određenog sa vektorima: $\vec{p} = (1, -3, 5)$; $\vec{q} = (-3, 8, 2)$.
68. Izračunaj zapreminu tetraedra ABCD ako su njegova temena:
 $A(2, 3, 1)$, $B(4, 1, -2)$, $C(6, 3, 7)$, $D(-5, -4, 8)$.
69. Odredi tačku $M(x, y)$ koja je podjednako udaljena od tačaka $A(0, 1)$, $B(3, -1)$ és $C(2, -3)$
70. Tačka $P(2, 2)$ deli duž AB u srazmeri $2:3$. Odredi koordinate tačke B ako je $A(-6, 4)$.
71. Izračunaj koordinate temena C na Oy osi trougla ABC , ako je veličina površine 5 jedinice i koordinate temena $A(3, -2)$; $B(1, 6)$.
72. Izračunaj koordinate temena trougla ABC , ako su jednačine strana:
 $AB: x - 3y - 1 = 0$ $BC: x + 2y - 5 = 0$ $CA: 2x + y + 4 = 0$
73. Odredi veličine parametara m i n u jednačini: $(m - 3n - 2)x + (2m + 4n - 1)y - 3m + n - 2 = 0$, tako da odsečak na osi Ox bude 3, a na osi Oy bude -2.
74. Odredi jednačine pravih koje prolaze kroz tačku $M(2, -4)$, a sa pravom $y = \sqrt{3}x + 2$ grade ugao $\alpha = 60^\circ$.
75. Odredi jednačinu prave koja prolazi kroz tačku $P(-6, 4)$ a normalna je na pravu $2x + 3y = 7$
76. Napiši jednačinu visine trougla povučene iz temena C , ako su zadata temena trougla :
 $A(2, -1)$; $B(4, 5)$; $C(-2, 3)$.
77. Napiši jednačinu težišne linije trougla povučene iz temena C , ako su data temena trougla:
 $A(2, -1)$; $B(4, 5)$; $C(-2, 3)$.
78. Napiši jednačinu simetrale ugla koju zaklapaju prave: $x - 3y + 5 = 0$ i $6x - 2y - 3 = 0$
79. Izračunaj visinu trougla povučenu iz temena C , ako su zadata temena trougla:
 $A(2, -1)$; $B(4, 5)$; $C(-2, 3)$.
80. Napiši jednačinu kružnice čiji je centar na osi Oy , tangira osu Ox i prolazi kroz tačku $A(5, \sqrt{5})$
81. Napiši jednačinu kružnice poluprečnika $\sqrt{10}$, ako prolazi kroz tačku $M(4, 3)$ i tangira pravu $x - 3y - 15 = 0$.
82. Pod kojim uglom se vidi elipsa $x^2 + 2y^2 - 6 = 0$ iz tačke $P(1, 4)$?
83. Odredi vrednost parametra m , tako da prava $mx - 2y = 9$ tangira hiperbolu $4x^2 - y^2 = 36$.
84. Napiši jednačinu tangente parabole $y^2 = 8x$ koja prolazi kroz tačku $M(-2, 3)$.
85. Napiši jednačine zajedničkih tangenti krivih: $3x^2 - y^2 = 12$ i $y^2 = 16x$
86. Matematičkom indukcijom dokaži da je: $2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + (2n)^3 = 2n^2(n+1)^2$
87. Dokaži da je za $\forall n \in N$ važi $133 \mid 11^{n+2} + 12^{2n+1}$

88. Izračunaj graničnu vrednost niza: $a_n = \frac{3n^3 + 5n^2 - 1}{4n^3 - 3n + 2}$
89. Odredi aritmetički niz, ako je zbir prva četiri člana 14 i $2a_3 + a_5 = 0$
90. Prvi član geometrijskog niza je 2, a n-ti 1458. Zbir prvih n članova niza je $S_n = 2186$. Odredi n i q.
91. Zbir prva tri člana aritmetičkog niza je 36. Ako se drugi član poveća za 2, a treći za 11, dobija se geometrijski niz. Odredi aritmetički niz!
92. Izračunaj zbir beskonačnog reda: $2 + \frac{2}{5} + \frac{2}{25} + \dots + \frac{2}{5^{n-1}} + \dots = ?$
93. Zapremina prave pravilne zarubljene kupe je 74 cm^3 , a visina 6 cm. Izračunaj površine baza, ako je njihova razlika 7 cm^2 .
94. Izračunaj zapreminu tela dobijenog rotacijom ravnokrakog trougla oko kraka, ako je osnovica 8cm, a dužina kraka 12 cm.
95. Odrediti oblast definisanosti funkcije: $y = \frac{\log(x^2 + 5x - 6)}{x - 2}$.
96. Odredi predznak funkcije: $y = \frac{(x^2 + 4)(x^2 + 6x + 9)}{x^2 - 9}$.
97. Ispitaj parnost funkcije: $f(x) = \frac{\sin x + \operatorname{tg} x}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}$
98. Izračunaj: $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 + x + 1} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4}) = ?$
99. Izračunaj: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 3x} = ?$
100. Izračunaj: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{x^2} = ?$
101. Izračunaj: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+1} \right)^{4x} = ?$
102. Odredi asimptote funkcije: $y = \frac{5x - 2x^2}{x - 3}$
103. Izračunaj izvod funkcije: $y = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x} + 2\sqrt{x}$
104. Izračunaj izvod funkcije: $y = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x}$
105. Izračunaj ekstremne vrednosti funkcije: $y = \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$
106. Ispitati konveksnost funkcije $y = \frac{x}{1+x^2}$
107. Ispitati tok funkcije: $y = \frac{x+2}{2x+1}$
108. Reši integral: $\int \left(3x^3 + \sqrt[4]{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x} \right) dx =$
109. Reši integral: $\int x^2 \cdot \sin(2x^3 - 3) dx =$
110. Reši integral: $\int x \cdot e^{2x} dx =$

111. Reši integral: $\int_0^1 \ln(x+1) dx =$
112. Izračunaj veličinu površine koja je ograničena krivom $y = x^2 + 4x$ i pravom $y=x+4$.
113. Izračunaj zapreminu tela koja nastaje rotacijom oko Ox , figure ograničene linijama: $y = \frac{1}{x}, y=x$ i $x=3$.
114. Koliko četvorocifrenih brojeva se može napisati sa ciframa 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 pod uslovom da se jedna cifra u svakom četvorocifrenom broju može pojaviti samo jednom?
115. Reši jednačinu: $V_3^{2n+4} : V_4^{n+4} = 2 : 3$
116. Na koliko načina mogu da zauzmu mesta u bioskopu 4 muškaraca i 4 žene, pod uslovom da dva lica istog pola ne mogu sesti jedno pored drugog?
117. Kako glasi 58. permutacija skupa $A=\{a, b, c, d, e\}$?
118. U odeljenju ima 10 devojčica i 14 dečaka. Za odeljensku zajednicu treba izabrati četiri učenika od kojih je bar jedna devojčica. Na koliko načina se može načiniti izbor?
119. Nađi onaj član razvijenog binoma $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{15}$ koji ne sadrži x .
120. Zbir binomnih koeficijenata drugog i trećeg člana u razvijenom obliku binoma $\left(a\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^n$ jednak je 78. Odredi 5.član.