

SPISAK ISPITNIH ZADATAKA IZ IZBORNOG PREDMETA

Područje rada: MAŠINSTVO I OBRADA METALA, ELEKTROTEHNIKA I GEODEZIJA

Izborni predmet: MATEMATIKA

1. Mlin sa 4 kamena samelje za 10 dana 2000 kg pšenice. Za koliko dana se samelje 900 kg pšenice ako su u pogonu samo 3 kamena?
2. Tri učenika su učestvovala na takmičenju iz matematike i postigli su sledeće rezultate: Jovan sa 85 poena osvojio je peto mesto, Marija sa 81 poenom šesto mesto i Petar sa 77 poena sedmo mesto. Za postignute rezultate učenici su nagrađeni sa ukupnom sumom od 6640 dinara. Sa kolikim iznosom su pojedinačno nagrađeni učenici, ako je raspodela izvršena u direktnoj srazmeri sa brojem osvojenih poena i obrnutoj srazmeri sa osvojenim mestima?
3. Posuda sa vodom ima masu od 2 kg. Ako se iz posude izlije 20% vode ukupna masa se smanjuje na 88%. Kolika je masa posude i prvobitne količine vode?
4. Dat je proizvoljan četvorougao ABCD. Neka su E središte duži AB, F središte duži CD, G središte duži EF. Dokaži da je:  $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \vec{0}$ !
5. Osnovici jednakokrakog trougla  $\Delta ABC$  odgovara visina  $h_c=80$ , a visina koja odgovara kraku je  $h_a=96$ . Izračunaj stranice trougla  $\Delta ABC$ .
6. Dužine strana trougla su 13, 14 i 15 jedinica. Izračunaj visinu koja pripada strani dužine 14.
7. Izvrši naznačenu operaciju:  $(x^5 - 3x^3 + 5x - 3)(x^2 - x + 1) = ?$
8. Rastavi na proste činioce polinom:  $8x^2y + 2bx - 8xy^2 - 2by$ .
9. Uprosti algebarski izraz:  $\frac{x^2 + y^2 - z^2 + 2xy}{x^2 + z^2 - y^2 + 2xz}$ .
10. Uprosti izraz:  $\frac{x^2 + 4xy + 4y^2}{xy + 2y^2} \cdot \frac{x^2 - 2xy}{x^2 - 4y^2} =$
11. Uprosti izraz:  $\frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{x}{ab}\right)(a + b + x)}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} - \frac{x^2}{a^2b^2}} =$
12. Uprosti izraz:  $\left(\frac{a+3b}{a-3b} + \frac{3a+b}{3a-b}\right) \cdot \left(3 + \frac{2b}{a-b}\right) \cdot \left(1 - \frac{4b}{a+b}\right) =$
13. Uprosti izraz:  $\left(\frac{2a}{x^2 - 4x + 4} + \frac{4a}{x^2 - 4} + \frac{a}{x + 2}\right) : \frac{x}{(x-2)^2} =$
14. Uprosti izraz:  $\frac{x+1}{x^2 - x + 1} : \left(\frac{1}{x+1} + \frac{3x}{x^3 + 1}\right)$

15. Reši jednačinu:  $\frac{x^2}{x^2-4} - \frac{2x+3}{x+2} - \frac{x}{2-x} = 0$
16. Reši jednačinu:  $\frac{2x+3}{2x^2-7x-4} - \frac{1-x}{2x^2+x} = \frac{3}{2x-8}$
17. Reši jednačinu po  $x$ -u:  $m(mx-1) = 2(2x-1)$
18. Jedan bazen se može napuniti kroz dve slavine. Ako su obe slavine istovremeno otvorene bazen se napuni za vreme 8 sati. Prilikom jednog punjenja tokom 2 sata obe slavine su bile otvorene, i tada je jedna slavinna zatvorena i kroz drugu slavinu bazen je napunjen u toku 48 sati. Za koje se vreme može napuniti bazen posebno kroz prvu i posebno kroz drugu slavinu?
19. Reši sistem jednačina:  $\frac{14}{x+2y} + \frac{5}{2x+y} = 3, \quad \frac{2}{x+2y} + \frac{3}{2x+y} = \frac{31}{35}$
20. Reši sistem jednačina:  $2x+3y+4z=-1$   
 $-3x+y+3z=-8$   
 $x-2y-2z=9.$
21. Reši nejednačinu:  $\frac{1-x}{2x+3} > 1$
22. Uprosti izraz:  $\sqrt[8]{\frac{x^5 y^3}{z}} \cdot \sqrt{\frac{x y^{-5}}{z^{-3}}} : \sqrt[3]{\frac{x^4 y^{-2}}{z^9}}$
23. Dokaži jednakost:  $\left(\frac{1}{2+\sqrt{3}}+1\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2-\sqrt{3}}+1\right)^{-1} = 1$
24. Dat je kompleksan broj  $z = \frac{2+i}{(3-i)^2}$ . Odredi njegov realni i imaginarni deo i modul.
25. Dat je kompleksan broj  $z_1 = 4-i$ . Odredi kompleksan broj  $z = x+yi$  tako da je  $\operatorname{Re}\{z \cdot z_1\} = 6$  a  $\operatorname{Im}\left\{\frac{\bar{z}}{z_1}\right\} = -\frac{7}{17}$ .
26. Reši jednačinu:  $\frac{6}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} = 2 - \frac{x+4}{x+1}$
27. Odredi parametar  $m$  jednačine, tako da rešenja budu realna i različita:  
 $(m-2)x^2 - (m+1)x + m+1 = 0$
28. Odredi parametar  $a$  jednačine, tako da rešenja zadovoljavaju uslov  $2x_1 - x_2 = 3$ .  
 $(a+3)x^2 - 3ax + 2a = 0$
29. Data je jednačina  $2x^2 - 3x + 5 = 0$ . Ne rešavajući ovu jednačinu, formirati kvadratnu jednačinu  $Ay^2 + By + C = 0$ , čija su rešenja  $y_1$  i  $y_2$  povezana sa rešenjima  $x_1$  i  $x_2$  date jednačine pomoću:  
 $y_1 = x_1^2 + x_2^2, \quad y_2 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}.$
30. Izračunaj realna rešenja jednačine:  $\frac{4}{(x-5)^2} - (x-5)^2 = 3$
31. Odredi sva rešenja (realna i kompleksna) jednačine:  $x^3 + 64 = 0$
32. Odredi realna rešenja jednačine:  $\sqrt{2x^2 - x - 5} = 1 - x.$
33. Odredi realna rešenja jednačine:  $\sqrt{x-4} + \sqrt{x+4} - 2\sqrt{x-1} = 0.$

34. Skrati razlomak:  $\frac{-x^2 - 4x + 21}{3x^2 + 20x - 7} = ?$
35. Kvadratnu funkciju dovedi na kanonski oblik i napiši diskusiju:  $y = -2x^2 + 3x + 5$ .
36. Reši kvadratnu nejednačinu:  $(x - 2)^2 - (2x^2 - 7) > 3 - 6x$ .
37. Reši sistem jednačina:  $x^2 + y^2 - 13x - y + 30 = 0$   
 $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$
38. Ispitaj i napiši diskusiju eksponencijalne funkcije:  $y = 2^{x-3} - 4$ .
39. Reši eksponencijalnu jednačinu:  $5^x - 5^{3-x} = 20$
40. Reši eksponencijalnu jednačinu:  $2 \cdot 7^x + 5 \cdot 3^x = 3^x + 6 \cdot 7^x$
41. Reši eksponencijalnu nejednačinu:  $125^x > 0,0016$ .
42. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije:  $y = -2 + 2 \cdot \log_2 x$
43. Logaritmuji izraz:  $x = \frac{\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{b^2}}}{a^3 \cdot \sqrt[5]{c}}$
44. Reši jednačinu:  $\log_2(5 \cdot 2^x - 3) = 2x + 1$
45. Reši jednačinu:  $\log(3 - x) + \log(6 - x) = 1$
46. Reši jednačinu:  $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$
47. Reši jednačinu:  $\log_3(x + 1) + \log_9 x^2 = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$
48. Reši jednačinu:  $\log_5^2 x - 2 \log_5 x - 3 = 0$
49. Reši jednačinu:  $\log_2 \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) = \left( \frac{1}{4} \right)^{\frac{1}{2}} + \log_2 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{x} + 2} \right)$ .
50. Izračunaj ostale vrednosti trigonometrijskih funkcija, ako je:  $\sin \alpha = -\frac{1}{3}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$
51. Izračunaj ostale vrednosti trigonometrijskih funkcija, ako je:  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$
52. Dokaži da je:  $\frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - 2 \sin \alpha \cdot \sin \beta} = \operatorname{tg}(\alpha + \beta)$
53. Dokaži da je:  $\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha} = \cos 2\alpha$
54. Dokaži da je:  $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = 2 \sin \alpha$
55. Dokaži da je:  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 - 2 \cos(\alpha - \beta)$
56. Nacrtaj grafik funkcije i napiši diskusiju:  $y = 3 \cdot \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right)$
57. Transformiraj u proizvod:  $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x$
58. Reši jednačinu:  $2 \sin^2 x + \sin 2x = 0$
59. Reši jednačinu:  $4 \cos^2 x + \sin^2 2x = 3$
60. Reši jednačinu:  $\cos x - \cos 2x = 1$

61. Izračunaj ostale stranice i uglove trougla, ako je poluprečnik opisanog kruga  $R=3$ , dužina jedne strane  $c=5$  i ugao  $\alpha = 42^\circ 40'$ .
62. Izračunaj dužine težišnih linija trougla, ako su stranice dužine  $a=4$ ,  $b=5$ ,  $c=6$ .
63. Izračunaj korene kompleksnog broja:  $\sqrt[3]{-2+2i}$
64. Izračunaj skalarni proizvod vektora:  $\vec{m} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$ ;  $\vec{n} = \vec{p} + 2\vec{q}$ , ako je  $|\vec{p}| = 3$ ,  $|\vec{q}| = 4$ ,  $\vec{p} \perp \vec{q}$ .
65. Izračunaj veličinu ugla između vektora:  $\vec{a} = (-2, 2, 1)$ ;  $\vec{b} = (-6, 3, 6)$ .
66. Izračunaj intenzitet vektorskog proizvoda:  $\vec{m} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$ ;  $\vec{n} = \vec{p} + 2\vec{q}$ , ako je  $|\vec{p}| = 3$ ,  $|\vec{q}| = 4$ ,  $\vec{p} \perp \vec{q}$ .
67. Izračunaj površinu paralelograma određenog sa vektorima:  $\vec{p} = (1, -3, 5)$ ;  $\vec{q} = (-3, 8, 2)$ .
68. Izračunaj zapreminu tetraedra ABCD ako su njegova temena:  
 $A(2, 3, 1)$ ,  $B(4, 1, -2)$ ,  $C(6, 3, 7)$ ,  $D(-5, -4, 8)$ .
69. Odredi tačku  $M(x, y)$  koja je podjednako udaljena od tačaka  $A(0, 1)$ ,  $B(3, -1)$  és  $C(2, -3)$
70. Tačka  $P(2, 2)$  deli duž  $AB$  u srazmeri  $2:3$ . Odredi koordinate tačke  $B$  ako je  $A(-6, 4)$ .
71. Izračunaj koordinate temena  $C$  na  $Oy$  osi trougla  $ABC$ , ako je veličina površine 5 jedinice i koordinate temena  $A(3, -2)$ ;  $B(1, 6)$ .
72. Izračunaj koordinate temena trougla  $ABC$ , ako su jednačine strana:  
 $AB: x - 3y - 1 = 0$        $BC: x + 2y - 5 = 0$        $CA: 2x + y + 4 = 0$
73. Odredi veličine parametara  $m$  i  $n$  u jednačini:  $(m - 3n - 2)x + (2m + 4n - 1)y - 3m + n - 2 = 0$ , tako da odsečak na osi  $Ox$  bude 3, a na osi  $Oy$  bude -2.
74. Odredi jednačine pravih koje prolaze kroz tačku  $M(2, -4)$ , a sa pravom  $y = \sqrt{3}x + 2$  grade ugao  $\alpha = 60^\circ$ .
75. Odredi jednačinu prave koja prolazi kroz tačku  $P(-6, 4)$  a normalna je na pravu  $2x + 3y = 7$
76. Napiši jednačinu visine trougla povučene iz temena  $C$ , ako su zadata temena trougla :  
 $A(2, -1)$ ;  $B(4, 5)$ ;  $C(-2, 3)$ .
77. Napiši jednačinu težišne linije trougla povučene iz temena  $C$ , ako su data temena trougla:  
 $A(2, -1)$ ;  $B(4, 5)$ ;  $C(-2, 3)$ .
78. Napiši jednačinu simetrale ugla koju zaklapaju prave:  $x - 3y + 5 = 0$  i  $6x - 2y - 3 = 0$
79. Izračunaj visinu trougla povučenu iz temena  $C$ , ako su zadata temena trougla:  
 $A(2, -1)$ ;  $B(4, 5)$ ;  $C(-2, 3)$ .
80. Napiši jednačinu kružnice čiji je centar na osi  $Oy$ , tangira osu  $Ox$  i prolazi kroz tačku  $A(5, \sqrt{5})$
81. Napiši jednačinu kružnice poluprečnika  $\sqrt{10}$ , ako prolazi kroz tačku  $M(4, 3)$  i tangira pravu  $x - 3y - 15 = 0$ .
82. Pod kojim uglom se vidi elipsa  $x^2 + 2y^2 - 6 = 0$  iz tačke  $P(1, 4)$ ?
83. Odredi vrednost parametra  $m$ , tako da prava  $mx - 2y = 9$  tangira hiperbolu  $4x^2 - y^2 = 36$ .
84. Napiši jednačinu tangente parabole  $y^2 = 8x$  koja prolazi kroz tačku  $M(-2, 3)$ .
85. Napiši jednačine zajedničkih tangenti krivih:  $3x^2 - y^2 = 12$  i  $y^2 = 16x$
86. Matematičkom indukcijom dokaži da je:  $2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + (2n)^3 = 2n^2(n+1)^2$
87. Dokaži da je za  $\forall n \in N$  važi  $133 \mid 11^{n+2} + 12^{2n+1}$

88. Izračunaj graničnu vrednost niza:  $a_n = \frac{3n^3 + 5n^2 - 1}{4n^3 - 3n + 2}$
89. Odredi aritmetički niz, ako je zbir prva četiri člana 14 i  $2a_3 + a_5 = 0$
90. Prvi član geometrijskog niza je 2, a n-ti 1458. Zbir prvih n članova niza je  $S_n = 2186$ . Odredi n i q.
91. Zbir prva tri člana aritmetičkog niza je 36. Ako se drugi član poveća za 2, a treći za 11, dobija se geometrijski niz. Odredi aritmetički niz!
92. Izračunaj zbir beskonačnog reda:  $2 + \frac{2}{5} + \frac{2}{25} + \dots + \frac{2}{5^{n-1}} + \dots = ?$
93. Zapremina prave pravilne zarubljene kupe je  $74 \text{ cm}^3$ , a visina 6 cm. Izračunaj površine baza, ako je njihova razlika  $7 \text{ cm}^2$ .
94. Izračunaj zapreminu tela dobijenog rotacijom ravnokrakog trougla oko kraka, ako je osnovica 8cm, a dužina kraka 12 cm.
95. Odrediti oblast definisanosti funkcije:  $y = \frac{\log(x^2 + 5x - 6)}{x - 2}$ .
96. Odredi predznak funkcije:  $y = \frac{(x^2 + 4)(x^2 + 6x + 9)}{x^2 - 9}$ .
97. Ispitaj parnost funkcije:  $f(x) = \frac{\sin x + \operatorname{tg} x}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}$
98. Izračunaj:  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 + x + 1} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4}) = ?$
99. Izračunaj:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 3x} = ?$
100. Izračunaj:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{x^2} = ?$
101. Izračunaj:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x+1} \right)^{4x} = ?$
102. Odredi asimptote funkcije:  $y = \frac{5x - 2x^2}{x - 3}$
103. Izračunaj izvod funkcije:  $y = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x} + 2\sqrt{x}$
104. Izračunaj izvod funkcije:  $y = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x}$
105. Izračunaj ekstremne vrednosti funkcije:  $y = \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$
106. Ispitati konveksnost funkcije  $y = \frac{x}{1+x^2}$
107. Ispitati tok funkcije:  $y = \frac{x+2}{2x+1}$
108. Reši integral:  $\int \left( 3x^3 + \sqrt[4]{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x} \right) dx =$
109. Reši integral:  $\int x^2 \cdot \sin(2x^3 - 3) dx =$
110. Reši integral:  $\int x \cdot e^{2x} dx =$

111. Reši integral:  $\int_0^1 \ln(x+1)dx =$

112. Izračunaj veličinu površine koja je ograničena krivom  $y = x^2 + 4x$  i pravom  $y=x+4$ .

113. Izračunaj zapreminu tela koja nastaje rotacijom oko  $Ox$ , figure ograničene linijama:  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y=x$  i  $x=3$ .

114. Koliko četvorocifrenih brojeva se može napisati sa ciframa 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 pod uslovom da se jedna cifra u svakom četvorocifrenom broju može pojaviti samo jednom?

115. Reši jednačinu:  $V_3^{2n+4} : V_4^{n+4} = 2 : 3$

116. Na koliko načina mogu da zauzmu mesta u bioskopu 4 muškaraca i 4 žene, pod uslovom da dva lica istog pola ne mogu sedeti jedno pored drugog?

117. Kako glasi 58. permutacija skupa  $A=\{a, b, c, d, e\}$  ?

118. U odeljenju ima 10 devojčica i 14 dečaka. Za odeljensku zajednicu treba izabrati četiri učenika od kojih je bar jedna devojčica. Na koliko načina se može načiniti izbor?

119. Nađi onaj član razvijenog binoma  $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{15}$  koji ne sadrži  $x$ .

120. Zbir binomnih koeficijenata drugog i trećeg člana u razvijenom obliku binoma  $\left(a\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^n$  jednak je 78. Odredi 5.član.